

## КОММЕНТАРИЙ

**д.ф.-м.н. В.Н. Крупчатникова**

Главными объектами доклада Д.О. Логофета «Матрицы в математической экологии: игры разума или инструмент познания реальности?» были цель и результаты современных исследований в области математической экологии.

Экология имеет долгую историю тесного сотрудничества между математикой и эмпиризмом в теории, статистике и, в последнее время, в интеграции информатики и машинного обучения. Математические теории сыграли решающую роль в формировании современных направлений экологических исследований. В последнее время, под влиянием новых вычислительных методов, роста вычислительной мощности и появления «big data», появились новые области математической экологии (машинное обучение и т. д.).

Математические идеи пронизывают экологию. Математика не только позволяет экологам с помощью математической теории исследовать новые вопросы и генерировать гипотезы о том, как устроен мир природы, но также позволяет разрабатывать статистические инструменты, которые экологи используют для проверки прогнозов и понимания сложных взаимосвязей в эмпирических данных. Таким образом, крайне важно, чтобы математические концепции были четко доведены до сведения как теоретиков, так и экологов-эмпириков.

Большую роль в математической экологии играет концепция экологической устойчивости. Существует несколько типов

устойчивости по Ляпунову, которые следует использовать для определения экологической устойчивости (например, локальная устойчивость, глобальная устойчивость, глобальная асимптотическая устойчивость и др.). Но, надо иметь в виду, что в то время, как устойчивость по Ляпунову фокусируется исключительно на поведении системы в пространстве состояний, экологическая устойчивость по существу касается поведения системы в пространстве параметров. То, что экологическая устойчивость не должна определяться только как устойчивость по Ляпунову, не влечет за собой, что последняя не должна играть никакой роли в математическом моделировании биологических сообществ. Для сообщества, находящегося в равновесии, асимптотическая устойчивость по Ляпунову в пределах нелокальных областей притяжения адекватно представляет экологически устойчивые реакции на возмущения, которые изменяют размеры популяций видов, но оставляют неизменными структуру сообщества и значения параметров. Таким образом, устойчивость по Ляпунову является необходимым условием экологической устойчивости. Существует разнообразие более сильных, чем по Ляпунову, понятий матричной устойчивости. В математической экологии используются классы матриц, получившие названия D-устойчивых и аддитивно D-устойчивых (Свирижев Ю. М., Логофет Д. О., 1978; Логофет Д. О., 1998; Кановой Г. В., Логофет Д. О., 2001; D. O. Logofet, 2005). Это было продемонстрировано в замечательном докладе Д.О. Логофета. Некоторые из этих поставленных проблем решены, другие еще ждут решения.